

مذكرة

الصف الثاني عشر علمي



مادة

الرياضيات



العام الدراسي

2019-2018

الفترة الثانية

أسئلة اختبارات

وإجابات نموذجية

دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن: ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي: الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

14

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx$$

الحل:

(6 درجات)

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x^2 - 9$ ومحور السينات

الحل:

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

الحل:

(6 درجات)

14

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-1, 4)$, $B(1, 4)$ ثم أوجد بؤرتيه ومعادلة دليله

الحل:

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

14

(8 درجات)

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو :

$2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2, 3)$

الحل :

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت : $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ فإن $f(2) = 1, f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$

(2) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X > a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) إذا كان : $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

a) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$

b) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$

d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

(4) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$

a) $2x + c$

b) $x^2 + c$

c) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$

d) $\frac{1}{3}x^3 + c$

(5) إذا كانت : $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

a) $-\frac{10}{x}$

b) $\frac{10}{x}$

c) $\frac{1}{x}$

d) $-\frac{1}{x}$

$$\int_{-1}^3 f(x)dx = 4 \quad , \quad \int_3^{-1} g(x)dx = 2 \quad \text{إذا كان} \quad (6)$$

$$\text{فإن} \quad \int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx \quad \text{يساوي} :$$

- a) 6 b) 18 c) 12 d) -6

$$\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} dx = \quad (7)$$

- a) $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$ b) $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$
c) $-2\sqrt{2 + \cot x} + c$ d) $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + c$

(8) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته

$$\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{هي}$$

- a) 9 units b) 2 units c) 4.5 units d) 16.25 units

(9) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بين منحنىي $y = \frac{1}{2}x$ ، $y = \sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

- a) $\frac{64\pi}{15}$ b) $\frac{32\pi}{15}$ c) $\frac{64\pi}{5}$ d) $\frac{8\pi}{3}$

(10) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما :

- a) $y = \pm 2x$ b) $y = \pm \frac{1}{2}x$ c) $y = \pm 4x$ d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م
الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

| |
|----|
| |
| 14 |

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx$$

الحل:

1

$$u = \sqrt{x} + 2$$

بفرض

1+1

$$\therefore du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

1

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3} (2du)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{10du}{u^3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= 10 \int u^{-3} du$$

1+1

$$= \underline{\underline{-5u^{-2} + C}}$$

1

$$= \underline{\underline{\frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C}}$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 9$:

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السببية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع :

$$f(x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -3$$

$$A = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$$

$$= \left| \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^3}{3} - 9x \right]_{-3}^3 \right|$$

$$= \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$$

$$= 36 \text{ (وحدة مربعة)}$$



∴ مساحة المنطقة

صل بدل

بإشارة

←

أدار

$$A = - \int_{-3}^3 f(x) dx$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1 + 1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(6 درجات)

الحل:

$$u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2 \quad \text{بفرض}$$

$$\therefore du = 2x dx \rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\therefore \int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} (x^2) dx$$

$$= \int \sqrt{u} (u + 2) \left(\frac{1}{2} du \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u + 2) du$$

$$= \frac{1}{2} \int \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + 2 \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) + C$$

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C \quad \text{تعويض}$$

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$


(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 0 \\
 f'(x) &= x^{\frac{1}{2}} \\
 L &= \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \\
 &= \int_3^8 \sqrt{1 + (x^{\frac{1}{2}})^2} dx \\
 &= \int_3^8 \sqrt{1 + x} dx \\
 &= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}} dx \\
 &= \left[\frac{2}{3} (1 + x)^{\frac{3}{2}} \right]_3^8 \\
 &= \left[\frac{2}{3} (9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} \right] \\
 \therefore L &= \frac{38}{3} \text{ (وحدة طول) }
 \end{aligned}$$


السؤال الثالث:

14

(8 درجات)

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx$

الحل :

حلل المقام : $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A_1}{x + 4} + \frac{A_2}{x + 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x + 4)(x + 1)$ وبسط

$$4x + 1 = A_1(x + 1) + A_2(x + 4)$$

عوض عن x بـ -4 :

$$4(-4) + 1 = A_1(-4 + 1) + A_2(-4 + 4) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن x بـ -1 :

$$4(-1) + 1 = A_1(-1 + 1) + A_2(-1 + 4)$$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{5}{x + 4} + \frac{-1}{x + 1}$$



$$\int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = \int \left(\frac{5}{x + 4} + \frac{-1}{x + 1} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{5}{x + 4} \right) dx - \int \left(\frac{1}{x + 1} \right) dx$$

$$\therefore \int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = 5[\ln|x + 4|] - [\ln|x + 1|] + C$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين

$A(-1,4)$, $B(1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليبه

الحل :

:: منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $A(-1,4)$, $B(1,4)$

ورأسه نقطة الأصل

:: معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن (x, y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

$$(1)^2 = 4P(4)$$

$$1 = 16P$$

$$P = \frac{1}{16}$$

:: معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \frac{1}{4} y$

$$F(0, P) = F(0, \frac{1}{16})$$

البؤرة :

معادلة الدليل : $y = -P$

$$y = -\frac{1}{16}$$



السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

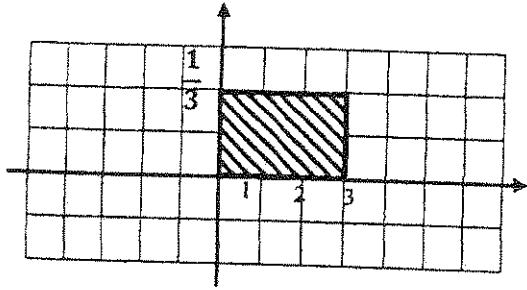
(a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

نرسم بيان الدالة f :



(1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول \times العرض

$$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

\therefore الدالة f هي دالة كثافة احتمال

(2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\therefore a = 0, b = 3 \rightarrow b - a = 3$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

\therefore الدالة f هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

$$(3) \text{ التوقع: } \mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{التباين: } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4}$$

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو :

$2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2, 3)$

الحل :

$$f'(x) \neq 0 \quad \text{حيث} \quad \frac{-1}{f'(x)} = \text{ميل العمودي}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x+5}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x+5} dx$$

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(-2, 3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$3 = \frac{-1}{2} \ln|1| + C$$

$$C = 3$$

∴ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + 3$$

جدول إجابة البنود الموضوعية

| | | | | |
|-------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----|-----|
| (1) | (a) | <input checked="" type="checkbox"/> | (c) | (d) |
| (2) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |

الدرجة: = 1 ×

| | | | | |
|-------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (3) | (a) | (b) | <input checked="" type="checkbox"/> | (d) |
| (4) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (5) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (6) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |
| (7) | (a) | <input checked="" type="checkbox"/> | (c) | (d) |
| (8) | (a) | (b) | <input checked="" type="checkbox"/> | (d) |
| (9) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (10) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |

الدرجة: = 1.5 ×



الدرجة:

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة
2018 / 2017 م

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int x \cos 3x dx$$

الحل:

تابع السؤال الأول :
(6 درجات)
(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحني الدالتين :

$$f(x) = x^2 , \quad g(x) = \sqrt{x}$$

الحل :

| |
|----|
| |
| 14 |

السؤال الثاني :

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \text{ في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل :

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد :

$$\int x \sin x dx$$

الحل :

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

| |
|----|
| |
| 14 |

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة $(1, 1)$ ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

السؤال الرابع:

14

(a) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(8 درجات)

أوجد :

1) $p(0 < X \leq 3)$

2) $p(X \geq 2)$

3) $P(X = 1)$

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $P(0, 1)$

الحل :

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :
 أولاً : في البنود (1-2) ظل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
 (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

| | | | | |
|------|-----|------|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| f(x) | 0.1 | 0.05 | 0.4 | 0.4 |

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

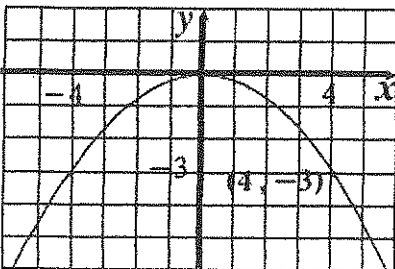
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

a) $9 \pi \text{ units}^2$

b) $6 \pi \text{ units}^2$

c) $3 \pi \text{ units}^2$

d) $\frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$



(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

a) $y = \frac{4}{3}$

b) $y = \frac{9}{20}$

c) $y = \frac{-1}{12}$

d) $y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

- a) $-\cos\theta$ b) $2 - \cos\theta$ c) $-2 - \cos\theta$ d) $4 - \cos\theta$

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

- a) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ b) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$
 c) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ d) $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- a) 12 units b) $2\sqrt{41}$ units c) 16 units d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

- a) $y = 2 e^{\frac{5}{2}}$ b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$
 c) $y = 2 e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ d) $y = 2 e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

- a) $R - R^-$ b) $R - R^+$ c) R^- d) R^+

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر العلمي
 المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة
 2017 / 2018 م الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

| |
|----|
| |
| 14 |

السؤال الأول :

(a) أوجد

(8 درجات)



$$\int x \cos 3x dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$dv = \cos 3x dx$$

$$v = \frac{1}{3} \sin 3x$$

$$du = dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x - \int \frac{1}{3} \sin 3x dx$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحني الدالتين : $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحني الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع :

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = \sqrt{x} \quad : (x > 0)$$

$$x^4 = x$$

بتربيع الطرفين

$$x^4 - x = 0$$

$$x(x^3 - 1) = 0$$

$$x = 0 , x = 1$$

نحصل على

نأخذ قيمة اختيارية في $(0, 1)$ ولتكن $x = \frac{1}{4}$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} , g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 , \forall x \in [0, 1]$$

\therefore حجم الجسم الناتج :

$$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 [x - x^4] dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1$$

$$\therefore V = \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) - 0 \right] = \frac{3}{10} \pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد :

$$\int x \sin x dx$$

الحل :

1+1

$$u = x$$

$$dv = \sin x dx$$

1+1

$$du = dx$$

$$v = -\cos x$$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1+1

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx$$

1

$$= -x \cos x + \sin x + c$$



| |
|----|
| |
| 14 |

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

(8 درجات)



$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

1

$$-5x + 4 = (x - 4)(x - 1)$$

حلل المقام :

$\frac{1}{2}$

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{A_1}{x - 4} + \frac{A_2}{x - 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x - 4)(x - 1)$ وبسط

1

$$5x - 2 = A_1(x - 1) + A_2(x - 4)$$

عوض عن x بـ 4 :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$5(4) - 2 = A_1(4 - 1) + A_2(4 - 4) \rightarrow A_1 = 6$$

عوض عن x بـ 1 :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$5(1) - 2 = A_1(1 - 1) + A_2(1 - 4) \rightarrow A_2 = -1$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{6}{x - 4} + \frac{-1}{x - 1}$$

$\frac{1}{2}$

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx = \int \left(\frac{6}{x - 4} - \frac{1}{x - 1} \right) dx$$

1

$$= 6 \int \frac{1}{x - 4} dx - \int \frac{1}{x - 1} dx$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= 6 \ln|x - 4| - \ln|x - 1| + C$$

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة $(1, 1)$ ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

أحد رأسي القطع الزائد : $A(\frac{2}{3}, 0)$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات



ومعادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

من المعطيات $a = \frac{2}{3}$ فيكون : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

يمر القطع بالنقطة $(1, 1)$ بالتعويض :

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{5}{4} \rightarrow b^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{9x^2}{4} + \frac{5y^2}{4} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين هما : $y = \pm \frac{b}{a} x \rightarrow y = \pm \frac{3}{\sqrt{5}} x$

السؤال الرابع:

(a) إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

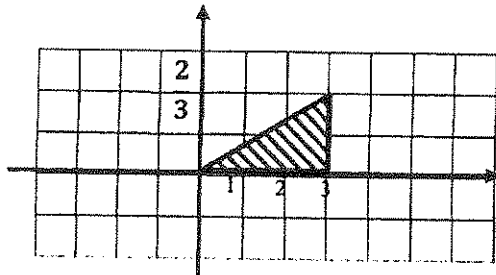
(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد : 1) $p(0 < X \leq 3)$ 2) $p(X \geq 2)$ 3) $P(X = 1)$

الحل :

نرسم بيان الدالة f :

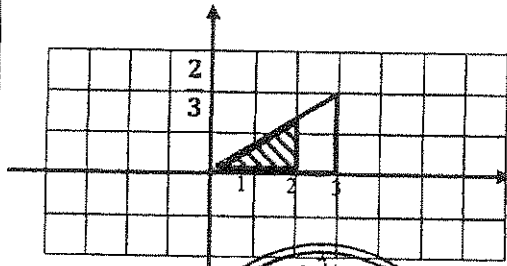


(1) مساحة المنطقة المظلة :

$$p(0 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 1$$

(2) مساحة المنطقة غير المظلة من المثلث :



$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$p(X = 2) = 0 \quad (3)$$



تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

الحل:

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(0, 1)$ في المعادلة السابقة فنحصل على:

$$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$

$$C = 1$$

∴ معادلة المنحنى f المطلوب هي:

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

| | | | | |
|------|-----|------|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| f(x) | 0.1 | 0.05 | 0.4 | 0.4 |

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

ثانياً : في البنود (3 -10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$



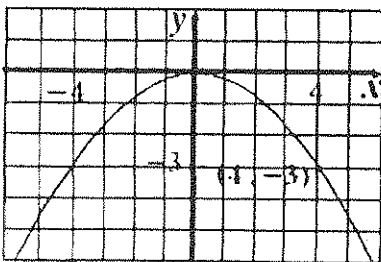
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

a) $9 \pi \text{ units}^2$

b) $6 \pi \text{ units}^2$

c) $3 \pi \text{ units}^2$

d) $\frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$



(5) معادلة دلييل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

a) $y = \frac{4}{3}$

b) $y = \frac{9}{20}$

c) $y = \frac{-1}{12}$

d) $y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

- a) $-\cos\theta$ b) $2 - \cos\theta$ c) $-2 - \cos\theta$ d) $4 - \cos\theta$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = \quad (7)$$

a) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$

b) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$

c) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$

d) $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- a) 12 units b) $2\sqrt{41}$ unit c) 16 units d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

c) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

d) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

a) $R - R^-$

b) $R - R^+$

c) R^-

d) R^+

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

| | | | | |
|-------|----------------------------------|----------------------------------|-----|-----|
| (1) | <input checked="" type="radio"/> | (b) | (c) | (d) |
| (2) | (a) | <input checked="" type="radio"/> | (c) | (d) |

الدرجة: = 1 ×

| | | | | |
|-------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| (3) | (a) | <input checked="" type="radio"/> | (c) | (d) |
| (4) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="radio"/> |
| (5) | <input checked="" type="radio"/> | (b) | (c) | (d) |
| (6) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> | (d) |
| (7) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> | (d) |
| (8) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="radio"/> |
| (9) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> | (d) |
| (10) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="radio"/> |

الدرجة: = 1 ×



| |
|----|
| |
| 14 |

الدرجة:

دولة الكويت

وزارة التربية

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2$:

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو $3x^2$
فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$ (8 درجات)

14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(4, 0)$

ويمر بالنقطة $A(6, 0)$ ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة f هي دالة كثافة احتمال:

1) اثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة f

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

| | |
|--|---|
| <p><u>أولا:</u> في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p> | |
| (1) | $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$ |
| (2) | $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$ |
| <p><u>ثانيا:</u> في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p> | |
| (3) | $\int_0^3 3x x dx =$ (a) -27 (b) -9 (c) 9 (d) 27 |
| (4) | $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$ (a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$ (b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$ (c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$ (d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$ |
| (5) | <p>طول القوس من منحنى الدالة $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو</p> (a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units (c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units |
| (6) | <p>مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :</p> (a) 9π units ² (b) 6π units ² (c) $\frac{3}{2}\pi$ units ² (d) $\frac{9}{2}\pi$ units ² |

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d) $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ فإن معادلة الدليل هي :

(a) $y = \frac{-1}{24}$

(b) $y = \frac{1}{24}$

(c) $x = \frac{-1}{24}$

(d) $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :

هما $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a) $y = \pm 2x$

(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$

(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

(10) إذا كانت دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي :

| | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المتقطع X يساوي

(a) 1

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) 0

إنتهت الأسئلة ...

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016/2017 م
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة النموذج في 11 صفحة

القسم الأول: أسئلة المقال:

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول:

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2$:

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$

الحل

∴ حجم الجسم الناتج عن الدوران هو:

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (x^2 + 2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (x^4 + 4x^2 + 4) dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left(-\frac{1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right]$$

$$= \frac{166}{15} \pi \text{ units cube}$$



(تراجعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

الحل

$$u = \ln(x)$$

$$dv = (2x + 1) \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = x^2 + x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int (2x + 1) \ln(x) \, dx = (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x^2 + x}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x(x + 1)}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int (x + 1) \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \left(\frac{1}{2} x^2 + x \right) + C$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \frac{1}{2} x^2 - x + C$$



14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

الحل

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

2

$$u = \tan(0) = 0$$

\Leftarrow عندما $x = 0$

$\frac{1}{2}$

$$u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

\Leftarrow عندما $x = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$$

1

$$= \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه هو $3x^2$ فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$ (8 درجات)

الحل

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{f'(x)} \quad \text{حيث } f'(x) \neq 0$$

$$\therefore 3x^2 = \frac{-1}{f'(x)}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{3x^2}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx \quad \text{معادلة المنحنى هي :}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int \frac{-1}{3x^2} dx = \int \frac{-1}{3} x^{-2} dx \\ &= \frac{1}{3} x^{-1} + C \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{3x} + C$$

$$f(1) = 5$$

$$5 = \frac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow C = \frac{14}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{14}{3}$$



14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

(8 درجات)

فاوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل

$$(1) x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 3}$$

$$2 = A(x - 3) + B(x - 1)$$

$$2 = A(1 - 3) + B(1 - 1) \quad \text{بالتعويض عن } x = 1$$

$$2 = -2A + 0 \Rightarrow A = -1$$

$$2 = A(3 - 3) + B(3 - 1) \quad \text{بالتعويض عن } x = 3$$

$$2 = 0 + 2B \Rightarrow B = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3}$$

$$(2) \int f(x) dx = \int \left(\frac{2}{x^2 - 4x + 3} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3} \right) dx = - \int \frac{1}{x - 1} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$$

$$= -\ln|x - 1| + \ln|x - 3| + C$$



تابع السؤال الثالث :
(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

$$u = \frac{1}{x} + 2, \quad du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

الحل

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx = - \int \frac{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^{-5}}{-x^2} dx$$

$$= - \int u^{-5} du$$

$$= - \left[\frac{u^{-4}}{-4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{u^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C \quad : C = \frac{1}{4} C_1$$



14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وأحد بؤرتيه F(4, 0)

ويمر بالنقطة A(6, 0) ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

∴ البؤرة F(4, 0) تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 16$$

∴ القطع الناقص يمر بالنقطة A(6, 0)

$$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 36$$

$$\therefore b^2 = 36 - 16 = 20$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

∴ المعادلة هي :

الاختلاف المركزي :

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن الدالة } f \text{ دالة كثافة احتمال :}$$

1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة f

الحل

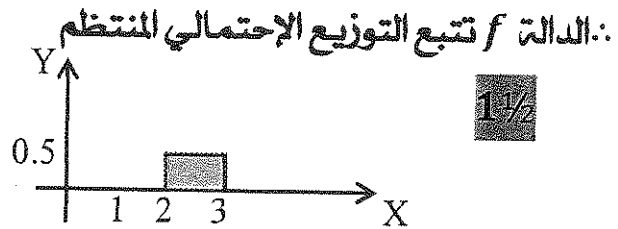
1) الدالة f تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\because a = 1, b = 3 \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$2) P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$



3) التوقع :

$$\frac{1}{2}$$

التباين :

$$\frac{1}{3}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1 - 2) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $(F'(x) = \sec^2 x , F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2) $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x |x| dx =$

(a) - 27

(c) 9



(b) - 9

(d) 27

(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة $f : f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

(a) $\sqrt{2}$ units

(b) $2\sqrt{2}$ units

(c) $3\sqrt{2}$ units

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

(a) 9π units²

(b) 6π units²

(c) $\frac{3}{2}\pi$ units²

(d) $\frac{9}{2}\pi$ units²

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d) $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ، فإن معادلة الدليل هي :

(a) $y = \frac{-1}{24}$

(b) $y = \frac{1}{24}$

(c) $x = \frac{-1}{24}$

(d) $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :

هما $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a) $y = \pm 2x$

(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$

(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$



(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي :

| | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المتقطع X يساوي

(a) 1

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) 0

انتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

| | | | | |
|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-----|-----|
| (1) | (a) | <input checked="" type="checkbox"/> | (c) | (d) |
| (2) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |

الدرجة : = 1 ×

| | | | | |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (3) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (4) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |
| (5) | (a) | <input checked="" type="checkbox"/> | (c) | (d) |
| (6) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (7) | (a) | (b) | <input checked="" type="checkbox"/> | (d) |
| (8) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (9) | <input checked="" type="checkbox"/> | (b) | (c) | (d) |
| (10) | (a) | (b) | <input checked="" type="checkbox"/> | (d) |



الدرجة :

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int x e^x dx$$

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3} \right]$

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحني الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm (7 درجات)

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

| | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.3 |

أوجد :

- (1) التوقع μ
- (2) التباين σ^2
- (3) الإنحراف المعياري σ

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

| |
|----|
| |
| 14 |

(6 درجات)

$$\int x e^x dx$$

الحل

| | | |
|-----------|---------------|---|
| $u = x$ | $dv = e^x dx$ | 1 |
| $du = dx$ | $v = e^x$ | |

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1

$$\int x e^x dx = x e^x - \int (e^x) dx$$

2

$$= x e^x - e^x + C$$

2

$$= e^x (x - 1) + C$$



(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right) 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$

1

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x$$

1

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

1

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

1

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

1

$$= \frac{2}{27} \left[\left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - (1 + 9(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

1

$$= \frac{2}{27} [\sqrt{4^3} - \sqrt{1^3}] = \frac{2}{27} [8 - 1] = \frac{14}{27} \text{ units}$$

1



14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

(6 درجات)

أكمل

$$\begin{aligned} \int_1^4 |x - 2| dx &= \int_1^2 |x - 2| dx + \int_2^4 |x - 2| dx \\ &= \int_1^2 (2 - x) dx + \int_2^4 (x - 2) dx \\ &= \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_2^4 \\ &= \left[(4 - 2) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] + [(8 - 8) - (2 - 4)] \\ &= \left[2 - 1\frac{1}{2} \right] + [0 - (-2)] \\ &= \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$



1

1

2

1

1

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$



اكمل

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

1 1/2

وبضرب طرفي المعادلة بـ $(x - 1)(x + 3)$

$$12 = A(x + 3) + B(x - 1)$$

1/2

$$12 = -4B \Rightarrow B = -3 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = -3$$

$$12 = 4A \Rightarrow A = 3 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 1$$

2

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3}$$

1/2

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3} \right) dx$$

1/2

$$= 3 \int \frac{1}{x - 1} dx - 3 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

1/2

$$= 3 \ln|x - 1| - 3 \ln|x + 3| + C$$

2 1/2

| |
|----|
| 14 |
|----|

(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{1 + \cot x}} = \int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}}$$

1

$$u = 1 + \cot x, \quad du = -\csc^2 x dx$$

1 + 1

$$\int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}} = - \int \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

1

$$= - \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

1/2

$$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$$

1

$$= -2(1 + \cot x)^{\frac{1}{2}} + C$$

1/2

$$= -2\sqrt{1 + \cot x} + C$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

اكمل

$$y_1 = y_2 \quad \frac{1}{2}$$

$$x + 3 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 , \quad x = -1 \quad \frac{1}{2}$$

باخذ قيمة اختيارية $\in (-1, 2)$ ولتكن $x = 0$ ، نجد أن

$$y_1 = 3 , \quad y_2 = 1 \quad \frac{1}{2}$$

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2] \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 (y_1^2 - y_2^2) dx \quad 1$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2] dx \quad \frac{1}{2}$$

$$= \pi \int_{-1}^2 [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1] dx \quad 1$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx \quad \frac{1}{2}$$

$$= \pi \left[\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^2 \quad 2$$

$$= 23 \frac{2}{5} \pi \quad \text{cube units} \quad \frac{1}{2}$$



| |
|----|
| 14 |
|----|

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0,0) وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm (7 درجات)

الحل

∴ طول المحور الأكبر = 16 cm

∴ $2a = 16$ 1/2

$a = 8$ 1/2

∴ المسافة بين البؤرتين = 10 cm 1/2

∴ $2c = 10$ 1

$c = 5$ 1/2

∴ $a^2 = b^2 + c^2$ 1/2

∴ $b^2 = a^2 - c^2$ 1/2

$b^2 = (8)^2 - (5)^2$ 1/2

$= 64 - 25 = 39$ 1/2



∴ المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي 1/2

∴ معادلة القطع الناقص هي :

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 1

$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$ 1

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

| | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.3 |

أوجد :

(1) التوقع μ

(2) التباين σ^2

(3) الإحتراف المعياري σ

كل

(1) التوقع (μ) :

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3) \quad 1\frac{1}{2}$$

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2 \quad \frac{1}{2}$$

(2) التباين (σ^2) :

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2 \quad 1$$

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$- (3.2)^2 \quad 1\frac{1}{2}$$

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16 \quad \frac{1}{2}$$


(3) الإحتراف المعياري (σ) :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47 \quad \frac{1}{2}$$



القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

| | |
|--|---|
| <p>أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p> | |
| <p>(1)</p> <p>مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي :</p> $2 \int_0^2 f(x) dx$ | <p>(2)</p> <p>الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان</p> |
| <p>ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p> | |
| <p>(3)</p> $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx$ <p>(a) $x^2 + C$</p> <p>(b) $2x + C$</p> <p>(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$</p> <p>(d) $\frac{1}{3}x^3 + C$</p> |  |
| <p>إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي</p> <p>(a) $-\cos x$</p> <p>(b) $2 - \cos x$</p> <p>(c) $-2 - \cos x$</p> <p>(d) $4 - \cos x$</p> | |
| <p>إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي</p> <p>(a) $\frac{2}{x^2}$</p> <p>(b) $\frac{2}{x}$</p> <p>(c) $\frac{x \ln x}{2}$</p> <p>(d) $\frac{2 \ln x^2}{x}$</p> | |
| <p>إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، فإن $y' + y = 2$</p> <p>(a) $y = e^{-x} - 2$</p> <p>(b) $y = \frac{1}{2}e^{-x}$</p> <p>(c) $y = e^{-x} + 2$</p> <p>(d) $y = 2e^{-x}$</p> | |

جدول الإجابة

| | | | | |
|-------|--------------------------------------|-----|-----|-----|
| (1) | <input checked="" type="radio"/> (a) | (b) | (c) | (d) |
| (2) | <input checked="" type="radio"/> (a) | (b) | (c) | (d) |

الدرجة : = 1 ×

| | | | | |
|--------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| (3) | (a) | (b) | (c) | <input checked="" type="radio"/> (d) |
| (4) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> (c) | (d) |
| (5) | (a) | <input checked="" type="radio"/> (b) | (c) | (d) |
| (6) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> (c) | (d) |
| (7) | <input checked="" type="radio"/> (a) | (b) | (c) | (d) |
| (8) | (a) | (b) | <input checked="" type="radio"/> (c) | (d) |
| (9) | <input checked="" type="radio"/> (a) | (b) | (c) | (d) |
| (10) | <input checked="" type="radio"/> (a) | (b) | (c) | (d) |

الدرجة : = 15 ×



الدرجة :

| |
|----|
| |
| 14 |

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$

(5 درجات)

في الفترة $[2, 5]$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

(4 درجات)

$$\int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة $g : g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 0, x = 2$

علما بأن منحنىي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

- (1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

تابع السؤال الرابع :

$$(b) \text{ لتكن الداله } f : \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \text{ داله كثافة احتمال}$$

- (1) أثبت أن الداله f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم
(2) أوجد التوقع و التباين للداله f
(4 درجات)

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$ هو :
 $y = e^{\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن $f : f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$

(b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c) \mathbb{R}^-

(d) \mathbb{R}^+

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

(a) 4π

(b) $\frac{16}{3}\pi$

(c) 6π

(d) $\frac{32}{3}\pi$

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2} dx$$

الحل

$$u = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 = 4 - u \quad [0.5]$$

$$du = -2x dx \Rightarrow \frac{-1}{2} du = x dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5 \sqrt{4-x^2} dx = \int \sqrt{4-x^2} \cdot (x^2)^2 (x dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (4-u)^2 \left(\frac{-1}{2} du\right) \quad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2} \sqrt{u} (16 - 8u + u^2) du \quad [0.5]$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}\right) du \quad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}} u^{\frac{3}{2}} + \frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C \quad [2]$$

$$= \frac{-16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4-x^2)^{\frac{7}{2}} + C \quad [0.5]$$

(تراعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقالية)



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2, 5]$ (5 درجات)

الحل

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right) \left(\frac{3}{2}\right) (9 + 3x)^{\frac{1}{2}} (3) \quad [1]$$

$$= (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1 + 9 + 3x} dx = \int_2^5 \sqrt{10 + 3x} dx \quad [1]$$

$$= \int_2^5 (10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3} \int_2^5 3(10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) \left[(10 + 3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \quad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right) \left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \quad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9} \text{ units} \quad [0.5]$$



السؤال الثاني
(a) أوجد :

10

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل

| | |
|-----------------|---------------------|
| $u = x^2$ | $dv = \cos x \, dx$ |
| $du = 2x \, dx$ | $v = \sin x$ |

[1]

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

0.5

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx \dots (1) \quad [0.5 + 0.5]$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد : $\int x \sin x \, dx$

| | |
|-----------|---------------------|
| $u = x$ | $dv = \sin x \, dx$ |
| $du = dx$ | $v = -\cos x$ |

[1]

$$\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int -\cos x \, dx \quad [0.5 + 0.5]$$

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \dots (2) \quad [0.5 + 0.5]$$

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

0.5

$$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$(4 \text{ درجات}) \quad \int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

الحل

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{5x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow 5x - 1 = A_1(x - 1) + A_2(x + 3)$$

$$4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1 \quad : x = 1 \text{ بالتعويض عن} \quad [0.5]$$

$$-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4 \quad : x = -3 \text{ بالتعويض عن} \quad [0.5]$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^0 \left(\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} \right) dx = \int_{-2}^0 \left(\frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \right) dx \quad [0.5]$$

$$= 4[\ln |x + 3|]_{-2}^0 + [\ln |x - 1|]_{-2}^0 \quad [1]$$

$$= 4[\ln 3 - \ln 1] + [\ln 1 - \ln 3]$$

$$= 3 \ln 3 \quad [0.5]$$



10.

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات) $\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$

الحل

$$u = x^2 + 2x + 3 \quad [0.5]$$

$$du = (2x + 2) dx \Rightarrow du = 2(x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^u du \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^u + C \quad [1] + [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2+2x+3} + C \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة $g : g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 0, x = 2$

علما بأن منحنىي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

∴ المنحنيين غير متقاطعين

∴ نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة (0,2) ولتكن $x = 1$

$$f(1) = 3, g(1) = 6 \quad [0.5 + 0.5]$$

$$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2] \quad [0.5]$$

$$A = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx \quad [0.5] + [0.5]$$

$$= \int_0^2 ((5 + x^2) - (4x - x^2)) dx \quad [0.5]$$

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5) dx \quad [0.5]$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x \right]_0^2 \quad [1.5]$$

$$= \left[\frac{16}{3} - 8 + 10 \right] - 0 \quad [0.5]$$

$$= \frac{22}{3} \quad (\text{وحدة مربعة}) \quad [0.5]$$



10

السؤال الرابع

(a) لقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

الحل

(1) $a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7}$ [0.5]

$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$ [0.5]

رأسا القطع الزائد هما $A_1(-\sqrt{7}, 0)$, $A_2(\sqrt{7}, 0)$ [1]

(2) $c^2 = a^2 + b^2$ [0.5]

$c^2 = 7 + 16$ [0.5]

$c = \sqrt{23}$ [0.5]

البؤرتان هما $F_1(-\sqrt{23}, 0)$, $F_2(\sqrt{23}, 0)$ [1]

(3) $e = \frac{c}{a}$ [0.5]

$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$ [1]



تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ دالة كثافة احتمال

(1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

(4 درجات)

(2) أوجد التوقع و التباين للدالة f

الحل

1) $\because a = 1 , b = 3$ [0.5]

$\because \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$ [1]

f دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم [0.5]

2) $\mu = \frac{a+b}{2}$ التوقع : [0.5]

$= \frac{1+3}{2} = 2$ [0.5]

$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ التباين : [0.5]

$= \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ [0.5]



أولاً : في البنود (3 - 1) ظل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$
هو : $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة
ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

- (a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$
(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

- (a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$ (b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$
(c) \mathbb{R}^- (d) \mathbb{R}^+

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى
الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

- (a) 4π (b) $\frac{16}{3}\pi$
(c) 6π (d) $\frac{32}{3}\pi$



جدول الإجابة

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| (1) | | (b) | (c) | (d) |
| (2) | | (b) | (c) | (d) |
| (3) | (a) | | (c) | (d) |
| (4) | (a) | (b) | | (d) |
| (5) | (a) | (b) | (c) | |
| (6) | (a) | (b) | (c) | |
| (7) | (a) | (b) | | (d) |
| (8) | (a) | | (c) | (d) |
| (9) | | (b) | (c) | (d) |
| (10) | (a) | | (c) | (d) |

| |
|----|
| |
| 10 |

الدرجة :



بعض القوانين في الصف الثاني عشر علمي

إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي f فإن

التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة :

$$\text{التباين : } \sigma^2 = \sum (x_i^2 f(x)) - \mu^2 \quad \mu \text{ حيث } \mu \text{ هو التوقع}$$

$$\text{الانحراف المعياري : } \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (\text{الجذر التربيعي الموجب للتباين})$$

خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X

$$(1) P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$(2) P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

إحتمال النجاح في X من المحاولات يعطى بالعلاقة (توزيع ذات الحدين)

$$P(X = x) = f(x) = {}_n C_x \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدين

$$\text{التوقع : } \mu = np$$

$$\text{التباين : } \sigma^2 = np(1-p)$$

$$\text{الانحراف المعياري : } \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad \text{التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad \text{التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad \text{القيمة المعيارية هي}$$

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

| | | P | | | | | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 |
| 2 | 0 | 0.902 | 0.810 | 0.640 | 0.490 | 0.360 | 0.250 | 0.160 | 0.090 | 0.040 | 0.010 | 0.002 |
| | 1 | 0.095 | 0.180 | 0.320 | 0.420 | 0.480 | 0.500 | 0.480 | 0.420 | 0.320 | 0.180 | 0.095 |
| | 2 | 0.002 | 0.010 | 0.040 | 0.090 | 0.160 | 0.250 | 0.360 | 0.490 | 0.640 | 0.810 | 0.902 |
| 3 | 0 | 0.857 | 0.729 | 0.512 | 0.343 | 0.216 | 0.125 | 0.064 | 0.027 | 0.008 | 0.001 | |
| | 1 | 0.135 | 0.243 | 0.384 | 0.441 | 0.432 | 0.375 | 0.288 | 0.189 | 0.096 | 0.027 | 0.007 |
| | 2 | 0.007 | 0.027 | 0.096 | 0.189 | 0.288 | 0.375 | 0.432 | 0.441 | 0.384 | 0.243 | 0.135 |
| | 3 | | 0.001 | 0.008 | 0.027 | 0.064 | 0.125 | 0.216 | 0.343 | 0.512 | 0.729 | 0.857 |
| 4 | 0 | 0.815 | 0.656 | 0.410 | 0.240 | 0.130 | 0.062 | 0.026 | 0.008 | 0.002 | | |
| | 1 | 0.171 | 0.292 | 0.410 | 0.412 | 0.346 | 0.250 | 0.154 | 0.076 | 0.026 | 0.004 | |
| | 2 | 0.014 | 0.049 | 0.154 | 0.265 | 0.346 | 0.375 | 0.346 | 0.265 | 0.154 | 0.049 | 0.014 |
| | 3 | | 0.004 | 0.026 | 0.076 | 0.154 | 0.250 | 0.346 | 0.412 | 0.410 | 0.292 | 0.171 |
| | 4 | | | 0.002 | 0.008 | 0.026 | 0.062 | 0.130 | 0.240 | 0.410 | 0.656 | 0.815 |
| 5 | 0 | 0.774 | 0.590 | 0.328 | 0.168 | 0.078 | 0.031 | 0.010 | 0.002 | | | |
| | 1 | 0.204 | 0.328 | 0.410 | 0.360 | 0.259 | 0.156 | 0.077 | 0.028 | 0.006 | | |
| | 2 | 0.021 | 0.073 | 0.205 | 0.309 | 0.346 | 0.312 | 0.230 | 0.132 | 0.051 | 0.008 | 0.001 |
| | 3 | 0.001 | 0.008 | 0.051 | 0.132 | 0.230 | 0.312 | 0.346 | 0.309 | 0.205 | 0.073 | 0.021 |
| | 4 | | | 0.006 | 0.028 | 0.077 | 0.156 | 0.259 | 0.360 | 0.410 | 0.328 | 0.204 |
| | 5 | | | | 0.002 | 0.010 | 0.031 | 0.078 | 0.168 | 0.328 | 0.590 | 0.774 |
| 6 | 0 | 0.735 | 0.531 | 0.262 | 0.118 | 0.047 | 0.016 | 0.004 | 0.001 | | | |
| | 1 | 0.232 | 0.354 | 0.393 | 0.303 | 0.187 | 0.094 | 0.037 | 0.010 | 0.002 | | |
| | 2 | 0.031 | 0.098 | 0.246 | 0.324 | 0.311 | 0.234 | 0.138 | 0.060 | 0.015 | 0.001 | |
| | 3 | 0.002 | 0.015 | 0.082 | 0.185 | 0.276 | 0.312 | 0.276 | 0.185 | 0.082 | 0.015 | 0.002 |
| | 4 | | 0.001 | 0.015 | 0.060 | 0.138 | 0.234 | 0.311 | 0.324 | 0.246 | 0.098 | 0.031 |
| | 5 | | | 0.002 | 0.010 | 0.037 | 0.094 | 0.187 | 0.303 | 0.393 | 0.354 | 0.232 |
| | 6 | | | | 0.001 | 0.004 | 0.016 | 0.047 | 0.118 | 0.262 | 0.531 | 0.735 |
| 7 | 0 | 0.698 | 0.478 | 0.210 | 0.082 | 0.028 | 0.008 | 0.002 | | | | |
| | 1 | 0.257 | 0.372 | 0.367 | 0.247 | 0.131 | 0.055 | 0.017 | 0.004 | | | |
| | 2 | 0.041 | 0.124 | 0.275 | 0.318 | 0.261 | 0.164 | 0.077 | 0.025 | 0.004 | | |
| | 3 | 0.004 | 0.023 | 0.115 | 0.227 | 0.290 | 0.273 | 0.194 | 0.097 | 0.029 | 0.003 | |
| | 4 | | 0.003 | 0.029 | 0.097 | 0.194 | 0.273 | 0.290 | 0.227 | 0.115 | 0.023 | 0.004 |
| | 5 | | | 0.004 | 0.025 | 0.077 | 0.164 | 0.261 | 0.318 | 0.275 | 0.124 | 0.041 |
| | 6 | | | | 0.004 | 0.017 | 0.055 | 0.131 | 0.247 | 0.367 | 0.372 | 0.257 |
| | 7 | | | | | 0.002 | 0.008 | 0.028 | 0.082 | 0.210 | 0.478 | 0.698 |

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

| | | P | | | | | | | | | | |
|----|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 |
| 8 | 0 | 0.663 | 0.430 | 0.168 | 0.058 | 0.017 | 0.004 | 0.001 | | | | |
| | 1 | 0.279 | 0.383 | 0.336 | 0.198 | 0.090 | 0.031 | 0.008 | 0.001 | | | |
| | 2 | 0.051 | 0.149 | 0.294 | 0.296 | 0.209 | 0.109 | 0.041 | 0.010 | 0.001 | | |
| | 3 | 0.005 | 0.033 | 0.147 | 0.254 | 0.279 | 0.219 | 0.124 | 0.047 | 0.009 | | |
| | 4 | | 0.005 | 0.046 | 0.136 | 0.232 | 0.273 | 0.232 | 0.136 | 0.046 | 0.005 | |
| | 5 | | | 0.009 | 0.047 | 0.124 | 0.219 | 0.279 | 0.254 | 0.147 | 0.033 | 0.005 |
| | 6 | | | 0.001 | 0.010 | 0.041 | 0.109 | 0.209 | 0.296 | 0.294 | 0.149 | 0.051 |
| | 7 | | | | 0.001 | 0.008 | 0.031 | 0.090 | 0.198 | 0.336 | 0.383 | 0.279 |
| | 8 | | | | | 0.001 | 0.004 | 0.017 | 0.058 | 0.168 | 0.430 | 0.663 |
| 9 | 0 | 0.630 | 0.387 | 0.134 | 0.040 | 0.010 | 0.002 | | | | | |
| | 1 | 0.299 | 0.387 | 0.302 | 0.156 | 0.060 | 0.018 | 0.004 | | | | |
| | 2 | 0.063 | 0.172 | 0.302 | 0.267 | 0.161 | 0.070 | 0.021 | 0.004 | | | |
| | 3 | 0.008 | 0.045 | 0.176 | 0.267 | 0.251 | 0.164 | 0.074 | 0.021 | 0.003 | | |
| | 4 | 0.001 | 0.007 | 0.065 | 0.172 | 0.251 | 0.246 | 0.167 | 0.074 | 0.017 | 0.001 | |
| | 5 | | 0.001 | 0.017 | 0.074 | 0.167 | 0.246 | 0.251 | 0.172 | 0.066 | 0.007 | 0.001 |
| | 6 | | | 0.003 | 0.021 | 0.074 | 0.164 | 0.251 | 0.267 | 0.176 | 0.045 | 0.008 |
| | 7 | | | | 0.004 | 0.021 | 0.070 | 0.161 | 0.267 | 0.302 | 0.172 | 0.063 |
| | 8 | | | | | 0.004 | 0.018 | 0.060 | 0.156 | 0.302 | 0.387 | 0.299 |
| 9 | | | | | | 0.002 | 0.010 | 0.040 | 0.134 | 0.387 | 0.630 | |
| 10 | 0 | 0.599 | 0.349 | 0.107 | 0.028 | 0.006 | 0.001 | | | | | |
| | 1 | 0.315 | 0.387 | 0.268 | 0.121 | 0.040 | 0.010 | 0.002 | | | | |
| | 2 | 0.075 | 0.194 | 0.302 | 0.233 | 0.121 | 0.044 | 0.011 | 0.001 | | | |
| | 3 | 0.010 | 0.057 | 0.201 | 0.267 | 0.215 | 0.117 | 0.042 | 0.009 | 0.001 | | |
| | 4 | 0.001 | 0.011 | 0.088 | 0.200 | 0.251 | 0.205 | 0.111 | 0.037 | 0.006 | | |
| | 5 | | 0.001 | 0.026 | 0.103 | 0.201 | 0.246 | 0.201 | 0.103 | 0.026 | 0.001 | |
| | 6 | | | 0.006 | 0.037 | 0.111 | 0.205 | 0.251 | 0.200 | 0.088 | 0.011 | 0.001 |
| | 7 | | | 0.001 | 0.009 | 0.042 | 0.117 | 0.215 | 0.267 | 0.201 | 0.057 | 0.010 |
| | 8 | | | | 0.001 | 0.011 | 0.044 | 0.121 | 0.233 | 0.302 | 0.194 | 0.075 |
| | 9 | | | | | 0.002 | 0.010 | 0.040 | 0.121 | 0.268 | 0.387 | 0.315 |
| 10 | | | | | | 0.001 | 0.006 | 0.028 | 0.107 | 0.349 | 0.599 | |

B

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

| | | <i>P</i> | | | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <i>n</i> | <i>x</i> | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 |
| 11 | 0 | 0.569 | 0.314 | 0.086 | 0.020 | 0.004 | | | | | | |
| | 1 | 0.329 | 0.384 | 0.236 | 0.093 | 0.027 | 0.005 | 0.001 | | | | |
| | 2 | 0.087 | 0.213 | 0.295 | 0.200 | 0.089 | 0.027 | 0.005 | 0.001 | | | |
| | 3 | 0.014 | 0.071 | 0.221 | 0.257 | 0.177 | 0.081 | 0.023 | 0.004 | | | |
| | 4 | 0.001 | 0.016 | 0.111 | 0.220 | 0.236 | 0.161 | 0.070 | 0.017 | 0.002 | | |
| | 5 | | 0.002 | 0.039 | 0.132 | 0.221 | 0.226 | 0.147 | 0.057 | 0.010 | | |
| | 6 | | | 0.010 | 0.057 | 0.147 | 0.226 | 0.221 | 0.132 | 0.039 | 0.002 | |
| | 7 | | | 0.002 | 0.017 | 0.070 | 0.161 | 0.236 | 0.220 | 0.111 | 0.016 | 0.001 |
| | 8 | | | | 0.004 | 0.023 | 0.081 | 0.177 | 0.257 | 0.221 | 0.071 | 0.014 |
| | 9 | | | | 0.001 | 0.005 | 0.027 | 0.089 | 0.200 | 0.295 | 0.213 | 0.087 |
| | 10 | | | | | 0.001 | 0.005 | 0.027 | 0.093 | 0.236 | 0.384 | 0.329 |
| 11 | | | | | | | 0.004 | 0.020 | 0.086 | 0.314 | 0.569 | |
| 12 | 0 | 0.540 | 0.282 | 0.069 | 0.014 | 0.002 | | | | | | |
| | 1 | 0.341 | 0.377 | 0.206 | 0.071 | 0.017 | 0.003 | | | | | |
| | 2 | 0.099 | 0.230 | 0.283 | 0.168 | 0.064 | 0.016 | 0.002 | | | | |
| | 3 | 0.017 | 0.085 | 0.236 | 0.240 | 0.142 | 0.054 | 0.012 | 0.001 | | | |
| | 4 | 0.002 | 0.021 | 0.133 | 0.231 | 0.213 | 0.121 | 0.042 | 0.008 | 0.001 | | |
| | 5 | | 0.004 | 0.053 | 0.158 | 0.227 | 0.193 | 0.101 | 0.029 | 0.003 | | |
| | 6 | | | 0.016 | 0.079 | 0.177 | 0.226 | 0.177 | 0.079 | 0.016 | | |
| | 7 | | | 0.003 | 0.029 | 0.101 | 0.193 | 0.227 | 0.158 | 0.053 | 0.004 | |
| | 8 | | | 0.001 | 0.008 | 0.042 | 0.121 | 0.213 | 0.231 | 0.133 | 0.021 | 0.002 |
| | 9 | | | | 0.001 | 0.012 | 0.054 | 0.142 | 0.240 | 0.236 | 0.085 | 0.017 |
| | 10 | | | | | 0.002 | 0.010 | 0.064 | 0.168 | 0.283 | 0.230 | 0.099 |
| | 11 | | | | | | 0.003 | 0.017 | 0.071 | 0.206 | 0.377 | 0.341 |
| 12 | | | | | | | 0.002 | 0.014 | 0.069 | 0.282 | 0.540 | |

ك

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

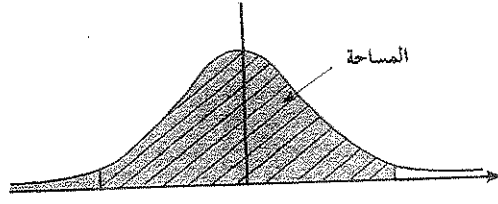
| | | P | | | | | | | | | | |
|----|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| n | x | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 |
| 13 | 0 | 0.513 | 0.254 | 0.055 | 0.010 | 0.001 | | | | | | |
| | 1 | 0.351 | 0.367 | 0.179 | 0.054 | 0.011 | 0.002 | | | | | |
| | 2 | 0.111 | 0.245 | 0.268 | 0.139 | 0.045 | 0.010 | 0.001 | | | | |
| | 3 | 0.021 | 0.100 | 0.246 | 0.218 | 0.111 | 0.035 | 0.005 | 0.001 | | | |
| | 4 | 0.003 | 0.028 | 0.154 | 0.234 | 0.184 | 0.087 | 0.024 | 0.003 | | | |
| | 5 | | 0.006 | 0.069 | 0.180 | 0.221 | 0.157 | 0.066 | 0.014 | 0.001 | | |
| | 6 | | 0.001 | 0.023 | 0.103 | 0.197 | 0.209 | 0.131 | 0.044 | 0.006 | | |
| | 7 | | | 0.006 | 0.044 | 0.131 | 0.209 | 0.197 | 0.103 | 0.023 | 0.001 | |
| | 8 | | | 0.001 | 0.014 | 0.066 | 0.157 | 0.221 | 0.180 | 0.069 | 0.006 | |
| | 9 | | | | 0.003 | 0.024 | 0.087 | 0.184 | 0.234 | 0.154 | 0.028 | 0.003 |
| | 10 | | | | 0.001 | 0.006 | 0.035 | 0.111 | 0.218 | 0.246 | 0.100 | 0.021 |
| | 11 | | | | | 0.001 | 0.010 | 0.045 | 0.139 | 0.268 | 0.245 | 0.111 |
| | 12 | | | | | | 0.002 | 0.011 | 0.054 | 0.179 | 0.367 | 0.351 |
| 13 | | | | | | | 0.001 | 0.010 | 0.055 | 0.254 | 0.513 | |
| 14 | 0 | 0.488 | 0.229 | 0.044 | 0.007 | 0.001 | | | | | | |
| | 1 | 0.359 | 0.356 | 0.154 | 0.041 | 0.007 | 0.001 | | | | | |
| | 2 | 0.123 | 0.257 | 0.250 | 0.113 | 0.032 | 0.006 | 0.001 | | | | |
| | 3 | 0.026 | 0.114 | 0.250 | 0.194 | 0.085 | 0.022 | 0.003 | | | | |
| | 4 | 0.004 | 0.035 | 0.172 | 0.229 | 0.155 | 0.061 | 0.014 | 0.001 | | | |
| | 5 | | 0.008 | 0.086 | 0.196 | 0.207 | 0.122 | 0.041 | 0.007 | | | |
| | 6 | | 0.001 | 0.032 | 0.126 | 0.207 | 0.183 | 0.092 | 0.023 | 0.002 | | |
| | 7 | | | 0.009 | 0.062 | 0.157 | 0.209 | 0.157 | 0.062 | 0.0009 | | |
| | 8 | | | 0.002 | 0.023 | 0.092 | 0.183 | 0.207 | 0.126 | 0.032 | 0.001 | |
| | 9 | | | | 0.007 | 0.041 | 0.122 | 0.207 | 0.196 | 0.086 | 0.008 | |
| | 10 | | | | 0.001 | 0.014 | 0.061 | 0.155 | 0.229 | 0.172 | 0.035 | 0.004 |
| | 11 | | | | | 0.003 | 0.022 | 0.085 | 0.194 | 0.250 | 0.114 | 0.026 |
| | 12 | | | | | 0.001 | 0.006 | 0.032 | 0.113 | 0.250 | 0.257 | 0.123 |
| | 13 | | | | | | 0.001 | 0.007 | 0.041 | 0.154 | 0.356 | 0.359 |
| 14 | | | | | | | 0.001 | 0.007 | 0.044 | 0.229 | 0.488 | |

D

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

| n | x | P | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 | | | | | | | | | |
| 15 | 0 | 0.463 | 0.206 | 0.035 | 0.005 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0.366 | 0.343 | 0.132 | 0.031 | 0.005 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 | 0.135 | 0.267 | 0.231 | 0.092 | 0.022 | 0.003 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | 0.031 | 0.129 | 0.250 | 0.170 | 0.063 | 0.014 | 0.002 | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | 0.005 | 0.043 | 0.188 | 0.219 | 0.127 | 0.042 | 0.007 | 0.001 | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 0.001 | 0.010 | 0.103 | 0.206 | 0.186 | 0.092 | 0.024 | 0.003 | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | | 0.002 | 0.043 | 0.147 | 0.207 | 0.153 | 0.061 | 0.012 | 0.001 | | | | | | | | | | | |
| | 7 | | | 0.014 | 0.081 | 0.177 | 0.196 | 0.118 | 0.035 | 0.003 | | | | | | | | | | | |
| | 8 | | | 0.003 | 0.035 | 0.118 | 0.196 | 0.177 | 0.081 | 0.014 | | | | | | | | | | | |
| | 9 | | | 0.001 | 0.012 | 0.061 | 0.153 | 0.207 | 0.147 | 0.043 | 0.002 | | | | | | | | | | |
| | 10 | | | | 0.003 | 0.024 | 0.092 | 0.186 | 0.206 | 0.103 | 0.010 | 0.001 | | | | | | | | | |
| | 11 | | | | 0.001 | 0.007 | 0.042 | 0.127 | 0.210 | 0.188 | 0.043 | 0.005 | | | | | | | | | |
| | 12 | | | | | 0.002 | 0.014 | 0.063 | 0.170 | 0.250 | 0.129 | 0.031 | | | | | | | | | |
| | 13 | | | | | | 0.003 | 0.022 | 0.092 | 0.231 | 0.267 | 0.135 | | | | | | | | | |
| | 14 | | | | | | | 0.005 | 0.031 | 0.132 | 0.343 | 0.366 | | | | | | | | | |
| | 15 | | | | | | | | 0.005 | 0.035 | 0.206 | 0.463 | | | | | | | | | |

E

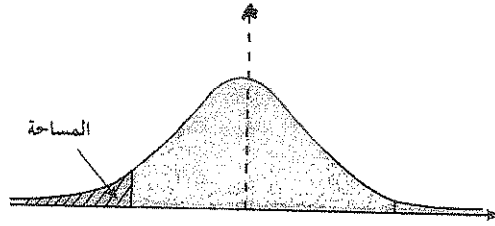


جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) لحساب قيم المساحات من اليسار

| Z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0 | 0.50000 | 0.50399 | 0.50798 | 0.51197 | 0.51595 | 0.51994 | 0.52392 | 0.52790 | 0.53188 | 0.53586 |
| 0.1 | 0.53983 | 0.54380 | 0.54776 | 0.55172 | 0.55567 | 0.55962 | 0.56356 | 0.56749 | 0.57142 | 0.57535 |
| 0.2 | 0.57926 | 0.58317 | 0.58706 | 0.59095 | 0.59483 | 0.59871 | 0.60257 | 0.60642 | 0.61026 | 0.61409 |
| 0.3 | 0.61791 | 0.62172 | 0.62552 | 0.62930 | 0.63307 | 0.63683 | 0.64058 | 0.64431 | 0.64803 | 0.65173 |
| 0.4 | 0.65542 | 0.65910 | 0.66276 | 0.66640 | 0.67003 | 0.67364 | 0.67724 | 0.68082 | 0.68439 | 0.68793 |
| 0.5 | 0.69146 | 0.69497 | 0.69847 | 0.70194 | 0.70540 | 0.70884 | 0.71226 | 0.71566 | 0.71904 | 0.72240 |
| 0.6 | 0.72575 | 0.72907 | 0.73237 | 0.73565 | 0.73891 | 0.74215 | 0.74537 | 0.74857 | 0.75175 | 0.75490 |
| 0.7 | 0.75804 | 0.76115 | 0.76424 | 0.76730 | 0.77035 | 0.77337 | 0.77637 | 0.77935 | 0.78230 | 0.78524 |
| 0.8 | 0.78814 | 0.79103 | 0.79389 | 0.79673 | 0.79955 | 0.80234 | 0.80511 | 0.80785 | 0.81057 | 0.81327 |
| 0.9 | 0.81594 | 0.81859 | 0.82121 | 0.82381 | 0.82639 | 0.82894 | 0.83147 | 0.83398 | 0.83646 | 0.83891 |
| 1.0 | 0.84134 | 0.84375 | 0.84614 | 0.84849 | 0.85083 | 0.85314 | 0.85543 | 0.85769 | 0.85993 | 0.86214 |
| 1.1 | 0.86433 | 0.86650 | 0.86864 | 0.87076 | 0.87286 | 0.87493 | 0.87698 | 0.87900 | 0.88100 | 0.88298 |
| 1.2 | 0.88493 | 0.88686 | 0.88877 | 0.89065 | 0.89251 | 0.89435 | 0.89617 | 0.89796 | 0.89973 | 0.90147 |
| 1.3 | 0.90320 | 0.90490 | 0.90658 | 0.90824 | 0.90988 | 0.91149 | 0.91309 | 0.91466 | 0.91621 | 0.91774 |
| 1.4 | 0.91924 | 0.92073 | 0.92220 | 0.92364 | 0.92507 | 0.92647 | 0.92785 | 0.92922 | 0.93056 | 0.93189 |
| 1.5 | 0.93319 | 0.93448 | 0.93574 | 0.93699 | 0.93822 | 0.93943 | 0.94062 | 0.94179 | 0.94295 | 0.94408 |
| 1.6 | 0.94520 | 0.94630 | 0.94738 | 0.94845 | 0.94950 | 0.95053 | 0.95154 | 0.95254 | 0.95352 | 0.95449 |
| 1.7 | 0.95543 | 0.95637 | 0.95728 | 0.95818 | 0.95907 | 0.95994 | 0.96080 | 0.96164 | 0.96246 | 0.96327 |
| 1.8 | 0.96407 | 0.96485 | 0.96562 | 0.96638 | 0.96712 | 0.96784 | 0.96856 | 0.96926 | 0.96995 | 0.97062 |
| 1.9 | 0.97128 | 0.97193 | 0.97257 | 0.97320 | 0.97381 | 0.97441 | 0.97500 | 0.97558 | 0.97615 | 0.97670 |
| 2.0 | 0.97725 | 0.97778 | 0.97831 | 0.97882 | 0.97932 | 0.97982 | 0.98030 | 0.98077 | 0.98124 | 0.98169 |
| 2.1 | 0.98214 | 0.98257 | 0.98300 | 0.98341 | 0.98382 | 0.98422 | 0.98461 | 0.98500 | 0.98537 | 0.98574 |
| 2.2 | 0.98610 | 0.98645 | 0.98679 | 0.98713 | 0.98745 | 0.98778 | 0.98809 | 0.98840 | 0.98870 | 0.98899 |
| 2.3 | 0.98928 | 0.98956 | 0.98983 | 0.99010 | 0.99036 | 0.99061 | 0.99086 | 0.99111 | 0.99134 | 0.99158 |
| 2.4 | 0.99180 | 0.99202 | 0.99224 | 0.99245 | 0.99266 | 0.99286 | 0.99305 | 0.99324 | 0.99343 | 0.99361 |
| 2.5 | 0.99379 | 0.99396 | 0.99413 | 0.99430 | 0.99446 | 0.99461 | 0.99477 | 0.99492 | 0.99506 | 0.99520 |
| 2.6 | 0.99534 | 0.99547 | 0.99560 | 0.99573 | 0.99585 | 0.99598 | 0.99609 | 0.99621 | 0.99632 | 0.99643 |
| 2.7 | 0.99653 | 0.99664 | 0.99674 | 0.99683 | 0.99693 | 0.99702 | 0.99711 | 0.99720 | 0.99728 | 0.99736 |
| 2.8 | 0.99744 | 0.99752 | 0.99760 | 0.99767 | 0.99774 | 0.99781 | 0.99788 | 0.99795 | 0.99801 | 0.99807 |
| 2.9 | 0.99813 | 0.99819 | 0.99825 | 0.99831 | 0.99836 | 0.99841 | 0.99846 | 0.99851 | 0.99856 | 0.99861 |
| 3.0 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |
| 3.1 | 0.99903 | 0.99906 | 0.99910 | 0.99913 | 0.99916 | 0.99918 | 0.99921 | 0.99924 | 0.99926 | 0.99929 |
| 3.2 | 0.99931 | 0.99934 | 0.99936 | 0.99938 | 0.99940 | 0.99942 | 0.99944 | 0.99946 | 0.99948 | 0.99950 |
| 3.3 | 0.99952 | 0.99953 | 0.99955 | 0.99957 | 0.99958 | 0.99960 | 0.99961 | 0.99962 | 0.99964 | 0.99965 |
| 3.4 | 0.99966 | 0.99968 | 0.99969 | 0.99970 | 0.99971 | 0.99972 | 0.99973 | 0.99974 | 0.99975 | 0.99976 |
| 3.5 | 0.99977 | 0.99978 | 0.99978 | 0.99979 | 0.99980 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99982 | 0.99983 | 0.99983 |
| 3.6 | 0.99984 | 0.99985 | 0.99985 | 0.99986 | 0.99986 | 0.99987 | 0.99987 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99989 |
| 3.7 | 0.99989 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99991 | 0.99991 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 |
| 3.8 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99995 |
| 3.9 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99997 | 0.99997 |

جدول (4)

F



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) لحساب قيم المساحات من اليسار

| Z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -3.9 | 0.00005 | 0.00005 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00004 | 0.00003 | 0.00003 |
| -3.8 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00006 | 0.00005 | 0.00005 | 0.00005 |
| -3.7 | 0.00011 | 0.00010 | 0.00010 | 0.00010 | 0.00009 | 0.00009 | 0.00008 | 0.00008 | 0.00008 | 0.00008 |
| -3.6 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00015 | 0.00014 | 0.00014 | 0.00013 | 0.00013 | 0.00012 | 0.00012 | 0.00011 |
| -3.5 | 0.00023 | 0.00022 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00020 | 0.00019 | 0.00019 | 0.00018 | 0.00017 | 0.00017 |
| -3.4 | 0.00034 | 0.00032 | 0.00031 | 0.00030 | 0.00029 | 0.00028 | 0.00027 | 0.00026 | 0.00025 | 0.00024 |
| -3.3 | 0.00048 | 0.00047 | 0.00045 | 0.00043 | 0.00042 | 0.00040 | 0.00039 | 0.00038 | 0.00036 | 0.00035 |
| -3.2 | 0.00069 | 0.00066 | 0.00064 | 0.00062 | 0.00060 | 0.00058 | 0.00056 | 0.00054 | 0.00052 | 0.00050 |
| -3.1 | 0.00097 | 0.00094 | 0.00090 | 0.00087 | 0.00084 | 0.00082 | 0.00079 | 0.00076 | 0.00074 | 0.00071 |
| -3.0 | 0.00135 | 0.00131 | 0.00126 | 0.00122 | 0.00118 | 0.00114 | 0.00111 | 0.00107 | 0.00104 | 0.00100 |
| -2.9 | 0.00187 | 0.00181 | 0.00175 | 0.00169 | 0.00164 | 0.00159 | 0.00154 | 0.00149 | 0.00144 | 0.00139 |
| -2.8 | 0.00256 | 0.00248 | 0.00240 | 0.00233 | 0.00226 | 0.00219 | 0.00212 | 0.00205 | 0.00199 | 0.00193 |
| -2.7 | 0.00347 | 0.00336 | 0.00326 | 0.00317 | 0.00307 | 0.00298 | 0.00289 | 0.00280 | 0.00272 | 0.00264 |
| -2.6 | 0.00466 | 0.00453 | 0.00440 | 0.00427 | 0.00415 | 0.00402 | 0.00391 | 0.00379 | 0.00368 | 0.00357 |
| -2.5 | 0.00621 | 0.00604 | 0.00587 | 0.00570 | 0.00554 | 0.00539 | 0.00523 | 0.00508 | 0.00494 | 0.00480 |
| -2.4 | 0.00820 | 0.00798 | 0.00776 | 0.00755 | 0.00734 | 0.00714 | 0.00695 | 0.00676 | 0.00657 | 0.00639 |
| -2.3 | 0.01072 | 0.01044 | 0.01017 | 0.00990 | 0.00964 | 0.00939 | 0.00914 | 0.00889 | 0.00866 | 0.00842 |
| -2.2 | 0.01390 | 0.01355 | 0.01321 | 0.01287 | 0.01255 | 0.01222 | 0.01191 | 0.01160 | 0.01130 | 0.01101 |
| -2.1 | 0.01786 | 0.01743 | 0.01700 | 0.01659 | 0.01618 | 0.01578 | 0.01539 | 0.01500 | 0.01463 | 0.01426 |
| -2.0 | 0.02275 | 0.02222 | 0.02169 | 0.02118 | 0.02068 | 0.02018 | 0.01970 | 0.01923 | 0.01876 | 0.01831 |
| -1.9 | 0.02872 | 0.02807 | 0.02743 | 0.02680 | 0.02619 | 0.02559 | 0.02500 | 0.02442 | 0.02385 | 0.02330 |
| -1.8 | 0.03593 | 0.03515 | 0.03438 | 0.03362 | 0.03288 | 0.03216 | 0.03144 | 0.03074 | 0.03005 | 0.02938 |
| -1.7 | 0.04457 | 0.04363 | 0.04272 | 0.04182 | 0.04093 | 0.04006 | 0.03920 | 0.03836 | 0.03754 | 0.03673 |
| -1.6 | 0.05480 | 0.05370 | 0.05262 | 0.05155 | 0.05050 | 0.04947 | 0.04846 | 0.04746 | 0.04648 | 0.04551 |
| -1.5 | 0.06681 | 0.06552 | 0.06426 | 0.06301 | 0.06178 | 0.06057 | 0.05938 | 0.05821 | 0.05705 | 0.05592 |
| -1.4 | 0.08076 | 0.07927 | 0.07780 | 0.07636 | 0.07493 | 0.07353 | 0.07215 | 0.07078 | 0.06944 | 0.06811 |
| -1.3 | 0.09680 | 0.09510 | 0.09342 | 0.09176 | 0.09012 | 0.08851 | 0.08691 | 0.08534 | 0.08379 | 0.08226 |
| -1.2 | 0.11507 | 0.11314 | 0.11123 | 0.10935 | 0.10749 | 0.10565 | 0.10383 | 0.10204 | 0.10027 | 0.09853 |
| -1.1 | 0.13567 | 0.13350 | 0.13136 | 0.12924 | 0.12714 | 0.12507 | 0.12302 | 0.12100 | 0.11900 | 0.11702 |
| -1.0 | 0.15866 | 0.15625 | 0.15386 | 0.15151 | 0.14917 | 0.14686 | 0.14457 | 0.14231 | 0.14007 | 0.13786 |
| -0.9 | 0.18406 | 0.18141 | 0.17879 | 0.17619 | 0.17361 | 0.17106 | 0.16853 | 0.16602 | 0.16354 | 0.16109 |
| -0.8 | 0.21186 | 0.20897 | 0.20611 | 0.20327 | 0.20045 | 0.19766 | 0.19489 | 0.19215 | 0.18943 | 0.18673 |
| -0.7 | 0.24196 | 0.23885 | 0.23576 | 0.23270 | 0.22965 | 0.22663 | 0.22363 | 0.22065 | 0.21770 | 0.21476 |
| -0.6 | 0.27425 | 0.27093 | 0.26763 | 0.26435 | 0.26109 | 0.25785 | 0.25463 | 0.25143 | 0.24825 | 0.24510 |
| -0.5 | 0.30854 | 0.30503 | 0.30153 | 0.29806 | 0.29460 | 0.29116 | 0.28774 | 0.28434 | 0.28096 | 0.27760 |
| -0.4 | 0.34458 | 0.34090 | 0.33724 | 0.33360 | 0.32997 | 0.32636 | 0.32276 | 0.31918 | 0.31561 | 0.31207 |
| -0.3 | 0.38209 | 0.37828 | 0.37448 | 0.37070 | 0.36693 | 0.36317 | 0.35942 | 0.35569 | 0.35197 | 0.34827 |
| -0.2 | 0.42074 | 0.41683 | 0.41294 | 0.40905 | 0.40517 | 0.40129 | 0.39743 | 0.39358 | 0.38974 | 0.38591 |
| -0.1 | 0.46017 | 0.45620 | 0.45224 | 0.44828 | 0.44433 | 0.44038 | 0.43644 | 0.43251 | 0.42858 | 0.42465 |
| -0.0 | 0.50000 | 0.49601 | 0.49202 | 0.48803 | 0.48405 | 0.48006 | 0.47608 | 0.47210 | 0.46812 | 0.46414 |

جدول (5)